

# Von der mathematischen Biologie zur Systembiologie

PD Dr. Dirk Lebiedz, Oliver Slaby

## Übungsblatt 12

### Aufgabe 1. Optimalsteuerung mit Differentialgleichungen

1. Gegeben sei das Lotka-Volterra System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_1x_2 - x_1w \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + x_1x_2 - x_2w,\end{aligned}$$

das die zeitliche Entwicklung einer Fischpopulation beschreiben soll.  $x_1$  ist dabei die Konzentration der Beute und  $x_2$  stellt die Konzentration der Räuber dar.  $w$  bezeichnet dabei den Prozentsatz der durch industrielle Fischerei gefangenen Fische. Das oszillierende System soll nun mit Hilfe der Steuerung  $w$  auf einen Steady-State gebracht werden. Dieser liegt für  $w = 0$  bei  $(1, 1)$ . Daraus ergibt sich folgendes Optimalsteuerungsproblem

$$\min_{x,w} \int_0^T (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 dt$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_1x_2 - x_1w \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + x_1x_2 - x_2w, \\ x_i(0) &= x_{i0}, \quad w(t) \in [0, 1]\end{aligned}$$

Lösen Sie das Optimalsteuerungsproblem mit Hilfe der direkten Methode mit einer stückweise konstanten Parametrisierung der Kontrollfunktionen. Verwenden sie als Anfangswerte  $x_1(0) = 0.2$  und  $x_2(0) = 1$  und betrachten Sie das Zeitintervall  $t \in [0, 20]$ . Verwenden Sie für Ihre Implementierung die `Matlab`-Funktion `fminsearchbnd`, den Sie auf der Homepage herunterladen können, und einen geeigneten Integrator.