

Profilmodul Mathematik (für Systembiologie)
Sommersemester 2011

Übungsblatt 2

Webseite zur Vorlesung:

<http://www.lebiedz.de> → Lehre

Aufgabe 1. Abbildungen

1. Erläutern Sie mit Ihren eigenen Worten die Bedeutung von injektiven, surjektiven und bijektiven Abbildungen und verdeutlichen Sie sie mit Hilfe von Skizzen.
2. Sind folgende Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv? Beweis?

(a) $f_1 : \{(\text{monogam}) \text{ verheiratete Menschen}\} \rightarrow \{\text{dazugehörige Ehepartner}\}$

(b) $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x + 1$

(c) $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \sin(x)$

(d) $f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)$

(e) $f_5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

(f) $f_6 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, x \mapsto x^2$

Aufgabe 2. Numerische Differentiation Eine bessere Approximation der Ableitung einer Funktion als die einfachen Vorwärts-Differenzen sind die sogenannten *zentralen Differenzen*

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Beweisen Sie:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2).$$

Aufgabe 3. Numerische Integration

1. Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^{0.2} (10x + 1)^5 dx$$

- (a) analytisch unter Verwendung der Substitutionsregel.
 - (b) numerisch mit Hilfe der Trapezregel zum einen mit einer Schrittweite von $h = \Delta x = \frac{1}{10}$ und zum anderen mit einer Schrittweite von $h = \Delta x = \frac{1}{20}$.
2. Skizzieren Sie die Funktion f aus Aufgabenteil a) im Intervall $[0, 0.2]$ (Funktionswerte an den Stützstellen $x = 0, 0.1$ und 0.2 genügen), bestimmen Sie den Fehler der numerisch berechneten Integrale zur analytischen Lösung, diskutieren Sie diese und erklären Sie die Abweichung anhand Ihrer Zeichnung.
 3. Implementieren Sie die Trapezregel mit MATLAB und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse!