Universität Freiburg

PD Dr. Dirk Lebiedz
Prof. Dr. D. Kröner

Einführung in die Theorie und Numerik von Optimierungsproblemen

Sommersemester 2010

Übungsblatt 1 - Abgabe: 28.04.2010

Webseite zur Vorlesung: `http://www.lebiedz.de` → `Lehre`

Allgemeine Bemerkungen:
Für den Erhalt eines Übungsschein müssen *jeweils* 50 % der Punkte für Theorie- und Programmieraufgaben erreicht werden. Bei Bedarf wird ein benoteter Schein nach der in den Übungen erreichten Punktzahl vergeben. Wurde eine Aufgabe eines Übungsblatts erfolgreich bearbeitet und abgegeben, muss der Kandidat in der Lage sein, die Aufgabe in der Übungsstunde vorzurechnen.

Aufgabe 1. Allgemeine Theorie (4 Punkte)

Sei X ein Hilbertraum, $U \subset X$ ein Unterraum von X und $x \in X,\ x \notin U$. Zeigen Sie:

1. Zeigen Sie, dass u_0 genau dann eine Lösung von $\min_{u \in U} \|x - u\|$ ist, falls $(x - u_0)$ orthogonal zu U ist, d.h. $(x - u_0) \perp u$ für alle $u \in U$.
2. Existiert ein $u_0 \in U$ mit $\|x - u_0\| \leq \|x - u\|$ für alle $u \in U$, dann ist u_0 eindeutig.

(2+1 Punkte)

Aufgabe 2. Mathematische Formulierung von Optimierungsproblemen

a) *Lineare Optimierung* Ein Zweitaktmotor wird mit einem Öl-Benzin-Gemisch betrieben. Dabei ist zu beachten, dass dieses Gemisch mindestens 4 Prozent Öl enthält, aber auch mindestens 85 Prozent Benzin. Das Gemisch soll möglichst kostengünstig sein. Formulieren Sie die zugehörige Optimierungsaufgabe!

b) *Diskrete Optimierung* Auf einem Schachbrett (8×8 Felder) sollen so viele Damen wie möglich platziert werden, ohne dass sie sich gegenseitig bedrohen (Damen können horizontal, vertikal und diagonal ziehen). Formulieren Sie zur Lösung ein Optimierungsproblem!

c) *Nichtlineare Optimierung* Es sollen genau 5000 m^3 einer Ware innerhalb eines Planungszeitraumes vom Produzenten zu einem Kunden gebracht werden. Die Ware wird in gleichen quaderförmigen Behältern der Höhe x_1 , Breite x_2 und Länge x_3 (in m) transportiert, deren Volumen höchstens 1 m^3 ist und die beim Kunden verbleiben. Das Material für Boden und die vier Seiten der Behälter kostet 4.00 Euro pro m^2 . Die Deckel können aus einem Material hergestellt werden, das 0.50 Euro pro m^2 kostet, von dem im Planungszeitraum aber nur 6500 m^2 erhältlich sind. Die Frachtkosten betragen 50 Euro für jeden Behälter. Die Frage ist, wie die Behälter zu bemessen sind, um die Gesamtkosten möglichst gering zu halten. Modellieren Sie diese Aufgabe!

(1+1+1 Punkte)

Aufgabe 3. MATLAB und AMPL - Programmieraufgabe

Machen Sie sich mit MATLAB und AMPL vertraut. Informationen dazu finden Sie auf der Web-Seite der Vorlesung. AMPL ist eine Modellierungssprache für Optimierungsaufgaben, die dann von verschiedenen, jeweils geeigneten Solvern numerisch gelöst werden können. Das Programmpaket OCTAVE (`http://www.gnu.org/software/octave`) ist MATLAB sehr ähnlich und kann frei heruntergeladen werden. AMPL (`http://www.ampl.com`) ist als freie Studentenversion mit einer Beschränkung auf Optimierungsprobleme mit weniger als 300 Variablen ebenfalls kostenlos als download erhältlich.

Die Programmier- und Numerikaufgaben dieser Vorlesung sollen mit Hilfe von MATLAB bzw. AMPL bearbeitet werden.

Lösen Sie die Probleme a) und c) aus Aufgabe 2 mit Hilfe von AMPL und dem Web-Interface (`http://www.ampl.com/TRYAMPL/index.html`) unter Verwendung geeigneter Optimierungssolver. Formulieren Sie die Aufgaben in allgemeiner Form, so dass mit Hilfe des AMPL-Datenfile konkrete Zahlenwerte für Preise angegeben werden können. Setzen Sie von Ihnen gewählte Zahlenwerte an und berechnen Sie die Lösungen per Web-Interface. Kopieren Sie ihre AMPL-Quelltexte aus dem Web-Interface und schicken Sie sie per Email an den Übungsgruppenleiter.

(2 Punkte)