Universität Freiburg

PD Dr. Dirk Lebiedz
Prof. Dr. D. Kröner

Einführung in die Theorie und Numerik von Optimierungsproblemen

Sommersemester 2010

Übungsblatt 2 - Abgabe: 05.05.2010

Webseite zur Vorlesung: `http://www.lebiedz.de` → `Lehre`

Aufgabe 4. Trennungssatz

1. Sie haben in der Vorlesung den Trennungssatz im $\mathbb{R}^n$ kennengelernt. Zeigen Sie, dass unter den Voraussetzungen des Trennungssatzes $\{y\}$ und $\mathring{K}$ ($=$ int K) immer echt trennbar sind.

2. Sei $K \subset \mathbb{R}^n$ ein nicht-leerer, konvexer und abgeschlossener Kegel. Dann gibt es zu $y \notin K$ ein $\lambda \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mit $\lambda y < 0 \leq \lambda x \; \forall x \in K$. Beweisen Sie diese Aussage (Korollar 1.20 aus der Vorlesung).

   Hinweis: Indirekter Beweis !

(2+2 Punkte)

Aufgabe 5. Konvexität und LP

Beweisen Sie:

Die Menge $K = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax = b,\ x \geq 0\}$ ist konvex und abgeschlossen und die Menge der optimalen Lösungen eines linearen Optimierungsproblems im $\mathbb{R}^n$

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{unter} & Ax = b,\ x \geq 0 \end{array}$$

ist konvex. Was lässt sich über die Existenz einer optimalen Lösung sagen ?

(2 Punkte)

Aufgabe 6. Hauptsatz der linearen Optimierung

Die zulässige Menge P eines LP in Normalform sei kompakt. Dann gibt es eine optimale Ecke von P. Beweisen Sie diese Aussage (Satz 2.7 aus der Vorlesung).

(2 Punkte)