Universität Freiburg

PD Dr. Dirk Lebiedz
Prof. Dr. D. Kröner

Einführung in die Theorie und Numerik von Optimierungsproblemen

Sommersemester 2010

Übungsblatt 3 - Abgabe: 12.05.2010

Webseite zur Vorlesung: `http://www.lebiedz.de` → `Lehre`

Aufgabe 7.

Seien $a_1, ..., a_k, b \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Zeigen Sie, dass genau eine der beiden Aussagen gilt:

i) $b \in A := \left\{ \sum_{i=1}^{k} \alpha_i a_i,\ \alpha_1, ..., \alpha_k \geq 0 \right\}$ (konische Hülle von $\{a_1, ..., a_k\}$ bzgl. 0).

ii) $\exists$ Hyperebene H mit $0 \in H$, die $\{a_1, ..., a_k\}$ und b echt trennt.

Skizzieren Sie den Sachverhalt im $\mathbb{R}^2$.

(3 Punkte)

Aufgabe 8. Lineare Optimierung

Ein Produktionsprozess einer Ölraffinerie soll optimiert werden. Diese kann mit Hilfe zweier unterschiedlich teurer Verfahren C_1 und C_2 Rohöl zu Schwer-, Mittel-, und Leichtöl (S, M, L) verarbeiten. Dabei entstehen aus 10 Tonnen Rohöl jeweils unterschiedliche Mengen Endprodukte (in Tonnen t):

Verfahren	Schweröl	Mittelöl	Leichtöl	Kosten
C_1	2t	2t	1t	30 Euro
C_2	1t	2t	4t	50 Euro
Bedarf:	3t	5t	4t	

Formulieren Sie das lineare beschränkte Optimierungsproblem und minimieren Sie die Kosten bezüglich der Produktionsmengen mit Hilfe eines graphischen Verfahrens.

(2 Punkte)

Aufgabe 9. Notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen LP

Beweisen Sie Satz 2.15 der Vorlesung mit Hilfe der behandelten Dualitätskonzepte.

(2 Punkte)

Aufgabe 10. Existenzsatz Dualität

Zeigen Sie:

1. Besitzen ein primales LP (P) in Normalform und das zugehörige duale Problem (D) zulässige Punkte, dann besitzen beide Probleme endliche, optimale Lösungen.
2. Besitzt nur eines der Probleme (P) oder (D) zulässige Punkte, so besitzt dieses Problem keine endliche Lösung.
3. Das duale Problem zum dualen Problem (D) eines primalen LP (P) in Normalform ist gleich dem primalen Problem (P). Besitzt eines der Probleme (P) oder (D) zulässige Punkte, aber keine endliche Optimallösung, so hat das jeweils duale Problem keine zulässigen Punkte.

(3 Punkte)