Universität Freiburg

PD Dr. Dirk Lebiedz
Prof. Dr. D. Kröner

Einführung in die Theorie und Numerik von Optimierungsproblemen

Sommersemester 2010

Übungsblatt 5 - Abgabe: 09.06.2010

Webseite zur Vorlesung: `http://www.lebiedz.de` → `Lehre`

Aufgabe 17. Regularität

Betrachten Sie die die Optimierungsprobleme $\min\{f(x) : x \in S_1\}, S_1 = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : g_1(x) = x_2 - x_1^3 \leq 0, g_2(x) = x_2 \leq 0\}$ und $\min\{f(x) : x \in S_2\}, S_2 = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : g_1(x) = x_2 - x_1^3 \leq 0, g_2(x) = -x_2 \leq 0\}$ Überprüfen Sie die verschiedenen Regularitätsbedingungen aus der Vorlesung im Punkt $\bar{x} = (0, 0)$ und skizzieren Sie die zulässigen Mengen.

(4 Punkte)

Aufgabe 18. Regularität

Zeigen Sie unter Verwendung der Resultate aus der Vorlesung:

$$\text{LICQ} \Rightarrow \text{MFCQ} \Rightarrow \text{Abadie-CQ},$$

aber die umgekehrten Implikationen gelten i.a. nicht.

(3 Punkte)

Aufgabe 19. Regularität

Sei $S := \{x \in \mathbb{R}^n : g(x) \in K, K \subset \mathbb{R}^m \text{ konvex}\}$ die zulässige Menge eines allgemeinen Optimierungsproblems $\min\{f(x) : x \in S\}$. Ein Punkt $\bar{x} \in S$ heisst **normal**, wenn gilt

$$\operatorname{Im}(g'(x)) - V = \mathbb{R}^m, V := K(g(\bar{x})) \cap (-K(g(\bar{x}))).$$

D.h. V ist der grösste in $K(g(\bar{x}))$ enthaltene Untervektorraum.
Zeigen Sie: Ist $\bar{x} \in S$ normal, so ist der Lagrange-Multiplikator λ aus dem Satz von Karush-Kuhn-Tucker eindeutig bestimmt.

(3 Punkte)

Aufgabe 20. Beschränktes NLP

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \max \quad & 14x - x^2 + 6y - y^2 + 7 \\ \text{unter } x + y & \leq 2 \\ x + 2y & \leq 3 \end{aligned}$$

(3 Punkte)